

Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \leftrightarrow \frac{1}{a + 2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad (11)$$

$$1 \leftrightarrow \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \leftrightarrow \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi f_c t) \leftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi f_c t) \leftrightarrow \frac{1}{2j} [\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (19)$$

1. (a) Déterminez, par calcul, l'expression du spectre d'une modulation angulaire.
 - (b) Proposez une formule empirique pour la largeur de bande d'une modulation de fréquences.
 - (c) Comparez la largeur de bande d'une modulation angulaire à celles de toutes les techniques de modulation d'amplitude que vous connaissez.
 - (d) Dans le cas d'une modulation angulaire à faible indice, que vaut la largeur de bande? Comparez cette valeur à celle d'une modulation d'amplitude de type A3.
 - (e) Dans le cadre d'une transmission sans fil de type GSM, conseillez-vous l'utilisation d'une modulation d'amplitude ou d'une modulation angulaire? Argumentez votre réponse.
2. Soit $X(t)$ un signal stochastique stationnaire au sens large dont la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de puissance sont respectivement notées $\Gamma_{XX}(\tau)$ et $\gamma_X(f)$. On construit le signal $Y(t)$ au moyen de l'opération suivante :

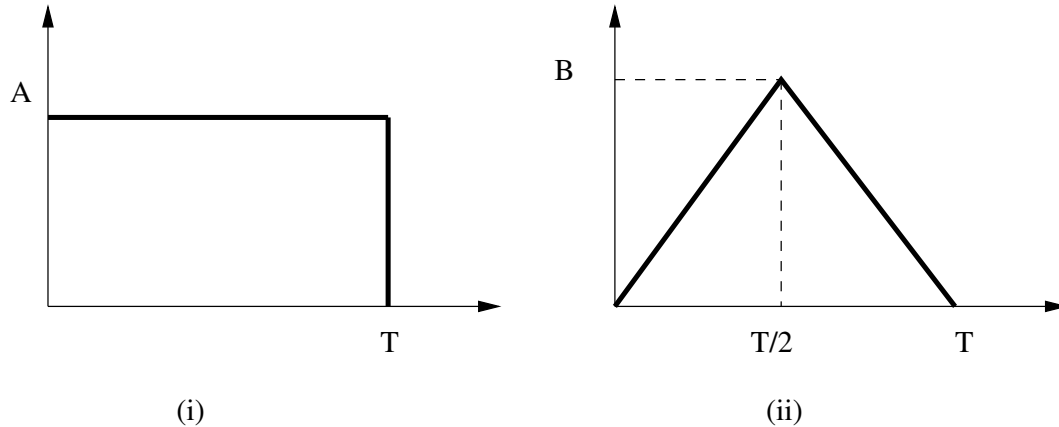
$$Y(t) = \frac{X(t) + X(t - T)}{2} \quad (20)$$

- (a) Déterminez l'espérance de $Y(t)$.
- (b) Le signal $Y(t)$ est-il stationnaire au sens strict? L'est-il au sens large?
- (c) Quel procédé utilise-t-on habituellement pour stationnariser un signal numérique pour lequel l'onde de mise en forme est confinée à l'intervalle de temps $[0, T]$?
- (d) Déterminez analytiquement la fonction d'autocorrélation $\Gamma_{YY}(\tau)$ et la densité spectrale de puissance $\gamma_Y(f)$ de $Y(t)$.
- (e) Représentez, sur un graphique, l'effet du filtrage en fréquence réalisé par $Y(t)$.
- (f) Quelle pourrait être l'utilité d'un tel filtre?
- (g) Supposons à présent que $X(t)$ soit un bruit blanc dont la densité spectrale de puissance a une amplitude égale à $\frac{N_0}{2}$ et limitée spectralement à l'intervalle de fréquence $[0, \frac{1}{2T}]$:

$$\gamma_X(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & \text{pour } -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (21)$$

Représentez graphiquement $\gamma_Y(f)$ et calculez la puissance du signal $Y(t)$.

3. Soit un système de transmission en bande de base bipolaire pour lequel on décide de transmettre les symboles 0 et 1 avec une même probabilité. Parmi les différentes ondes de mise en forme, il convient de choisir entre deux ondes possibles telles qu'illustrées ci-après (une onde rectangulaire (i) ou triangulaire (ii)) :



- (i) (ii)
- (a) Que vaut la probabilité d'erreur pour un système bipolaire ? Remarquez-vous une dépendance avec la forme de l'onde de mise en forme ?
- (b) Suite au constat fait en (a), établissez la relation entre A et B pour que la probabilité d'erreur ne dépende pas du choix de l'onde de mise en forme. Expliquez votre réponse.
- (c) Les signaux en bande de base construits sur base de l'onde (i) ou (ii) sont-ils à bande limitée ou à bande infinie ? Pourquoi ?
- (d) Sans calcul, expliquez pourquoi vous choisiriez les ondes (i) ou (ii) pour avoir une meilleure occupation spectrale.
4. (a) Établissez l'expression du rapport signal à bruit de quantification en $[dB]$.
- (b) Comment se traduit, en $[dB]$, l'ajout d'un bit pour la quantification ?

5. On désire placer un système de transmission sans fil dans une zone désertique. Pour réaliser ce relais, on dispose de deux paraboles identiques de diamètre égal à $1 [m]$ et d'efficacité valant $0,6$. On suppose que ces deux paraboles sont correctement alignées et en ligne de vue directe. Deux fréquences différentes sont envisagées pour la liaison entre ces paraboles : la fréquence f_1 de $4 [GHz]$ et la fréquence f_2 de $5 [GHz]$. Les circuits électroniques d'émission et de réception sont également identiques et présentent chacun des pertes de $2 [dB]$. La puissance d'émission est égale à $20 [W]$. La sensibilité de ces paraboles est de $-60 [dB]$ en réception ; la sensibilité est la valeur minimale du signal à l'entrée du récepteur nécessaire au bon fonctionnement de celui-ci.

- (a) Calculez le gain des paraboles ainsi que l'ouverture à $3 [dB]$ pour les deux fréquences précitées.
- (b) Définissez et calculez le PIRE pour ces deux fréquences.

Il s'agit maintenant de choisir une des deux fréquences permettant de couvrir la plus grande distance à puissance d'émission égale ; les sensibilités de réception et pertes dans les circuits électriques ne dépendent pas de la fréquence.

- (c) Calculez les pertes en espace libre pour les fréquences f_1 et f_2 .
- (d) Déterminez la distance maximale (c'est-à-dire la *portée*) pouvant séparer les deux paraboles pour les deux fréquences f_1 et f_2 .
- (e) Commentez les résultats obtenus en (c) et (d), et expliquez pourquoi une fréquence est meilleure que l'autre.
- (f) Dans le cas du GSM en Belgique, choisiriez-vous la bande de fréquences originale autour de $900 [MHz]$ ou celle du DCS 1800 ? Pourquoi ?

Formules utiles :

$$\theta_{3[dB]} = 70 \frac{\lambda}{D} \quad [degré] \quad (22)$$

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} \quad (23)$$

$$L_{E,R} = 12 \left(\frac{\alpha_{E,R}}{\theta_{3[dB]}} \right)^2 \quad [dB] \quad (24)$$