Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \tag{1}$$
$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \tag{2}$$
$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B)) \tag{3}$$
$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A-B) + \sin(A+B)) \tag{4}$$
$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B)) \tag{5}$$

Transformées de FOURIER

$$rect(\frac{t}{T}) \leftrightarrow T\, sinc(fT) \tag{6}$$
$$sinc(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W}\, rect(\frac{f}{2W}) \tag{7}$$
$$e^{-at}u(t),\ a>0 \leftrightarrow \frac{1}{a+2\pi jf} \tag{8}$$
$$e^{-a|t|},\ a>0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \tag{9}$$
$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \tag{10}$$
$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \tag{11}$$
$$1 \leftrightarrow \delta(f) \tag{12}$$
$$\delta(t-t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \tag{13}$$
$$e^{2\pi jf_ct} \leftrightarrow \delta(f-f_c) \tag{14}$$
$$\cos(2\pi f_ct) \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right] \tag{15}$$
$$\sin(2\pi f_ct) \leftrightarrow \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)\right] \tag{16}$$
$$sgn(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \tag{17}$$
$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j\, sgn(f) \tag{18}$$
$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(t-iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-\frac{n}{T_0}) \tag{19}$$

1. Soit le signal
$$x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 0,9\ \cos(2\pi f_2 t)\cos(2\pi f_1 t) \tag{20}$$
où $f_1 = 600\,[Hz]$ et $f_2 = 200\,[Hz]$.
   (a) De quel type de signal s'agit-il ?
   (b) La valeur de $f_1$vous semble-t-elle bien choisie ?
   (c) Calculez et dessinez le spectre de ce signal.
   (d) Si ce signal est le résultat d'une modulation, expliquez comment le démoduler de manière analytique.

2. Soit le signal
$$v(t) = 2\ \cos(800\pi t) + 1 \tag{21}$$
   (a) On décide de numériser ce signal. Calculez la plus petite fréquence d'échantillonnage nécessaire.
   (b) Par la suite, on décide de quantifier le signal en prenant $3\,bits$ par échantillon et on utilise une courbe de quantification de type *midrise*. Dessinez cette courbe de quantification.
   (c) Si le signal est échantillonné à $1200\,[Hz]$, déterminez le débit binaire après quantification.
   (d) Un fois échantillonné et quantifié, on décide de le moduler à l'aide d'une modulation PAM à 4 niveaux de tension. Dessinez l'allure du signal obtenu pour la suite de bits : 100001100011.
   (e) Calculez la bande passante de ce signal PAM.

3. (a) Établissez l'expression analytique de la densité spectrale du codage de MANCHESTER (il s'agit d'un code *biphasé*).
   (b) Interprétez cette expression (composante continue, bande passante, etc).
   (c) Que devient la densité spectrale de ce même signal s'il est multiplié par $\cos(\frac{12\pi t}{T})$ où T représente la période d'une impulsion ?

   Remarque : pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut
$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2\,\frac{1}{T}\left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T}\,\delta(f - \frac{m}{T})\right] \tag{22}$$

4. Une antenne terrestre reçoit un message d'un satellite situé à $38\,000\,[km]$ de la terre. Ce message est émis à $14\,[GHz]$. La puissance de réception au niveau de l'antenne est de $0,2\,[nW]$. On suppose que l'antenne de réception est parfaitement alignée et possède une efficacité de $0,61$ et un diamètre de $5\,[m]$. De plus, l'antenne d'émission possède un $\theta_{3dB} = 3^\circ$, une efficacité de $0,58$ et un défaut d'alignement de 2°. On suppose que les pertes dans les circuits électriques d'émission sont de $2\,[dB]$ et que celles dans le circuit de réception sont de $3\,[dB]$. On néglige les pertes atmosphériques.
   (a) Calculez le gain de l'antenne de réception.
   (b) Calculez le gain de l'antenne d'émission.
   (c) Calculez la puissance d'émission en $[dBW]$ et en $[dBm]$.
   (d) Définissez et calculez le PIRE.