

Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \leftrightarrow \frac{1}{a + 2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad (11)$$

$$1 \leftrightarrow \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \leftrightarrow \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

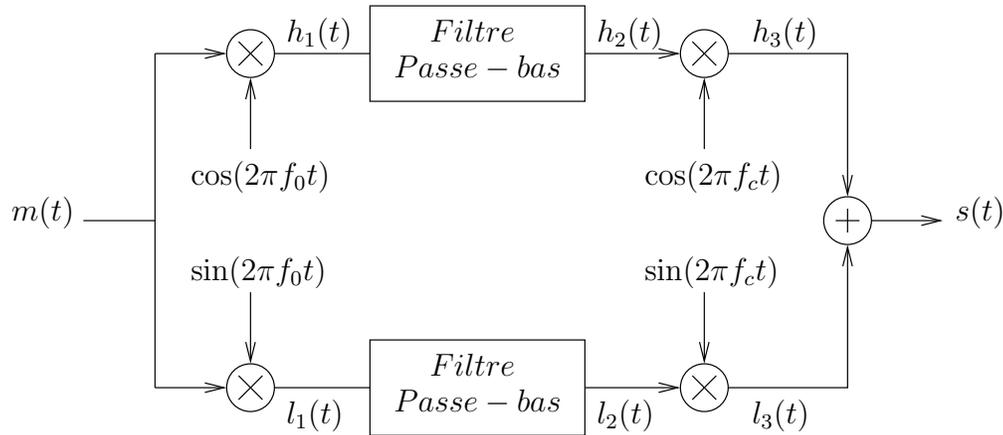
$$\sin(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (19)$$

1. Le schéma suivant illustre la méthode de WEAVER pour générer un signal modulé $s(t)$:



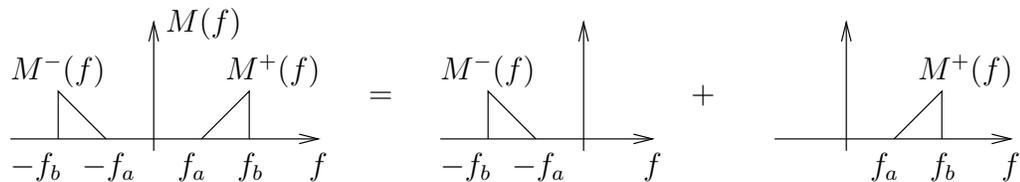
Le signal modulant $m(t)$ est à bande limitée à $f_a \leq |f| \leq f_b$. La fréquence f_0 est donnée par :

$$f_0 = \frac{f_a + f_b}{2}$$

Les filtres passe-bas sont parfaits et identiques avec une fréquence de coupure égale à $\frac{f_b - f_a}{2}$.

Lors de la deuxième multiplication par un cos ou un sin, on utilise une autre fréquence qui est la fréquence de la porteuse f_c , choisie telle que $f_c \gg f_0$.

- (a) Déterminez l'expression analytique de la transformée de FOURIER des signaux $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$, $l_1(t)$, $l_2(t)$ et $l_3(t)$. Représentez également le spectre de ces différents signaux. Pensez à tenir compte des phases et à séparer $M(f)$ en ses deux parties $M^-(f)$ (gauche) et $M^+(f)$ (droite) :



- (b) Déterminez l'expression analytique de la transformée de FOURIER et le spectre du signal $s(t)$.
- (c) De quelle type de modulation s'agit-il ?
- (d) Que devient $s(t)$ si l'on remplace l'addition par une soustraction ?

2. (a) Que vaut la capacité de canal telle qu'établie par SHANNON ?
- (b) Établissez l'expression de la densité spectrale de puissance d'un codage en ligne de type NRZ bipolaire.
- (c) Quelle est la différence entre les densités spectrales des techniques de codage en ligne NRZ unipolaire et bipolaire ? Justifiez votre réponse.

Rappel : la densité spectrale de puissance vaut :

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right]$$

3. (a) Qu'est-ce qu'un code systématique ?
- (b) Qu'est-ce que le poids de HAMMING ?
- (c) Définissez le vecteur syndrome d'erreur.
- (d) Comment utilise-t-on le vecteur syndrome d'erreur pour corriger des erreurs de transmission ?
4. (a) Énoncez le principe de réciprocité en propagation radio.
- (b) Établissez les deux relations de FRIIS (en unités naturelles et en dB).

5. L'opérateur de communication mobile par satellites GLOBALSTAR possède une constellation composée de satellites à basse altitude (1414 [km]), prévus pour des liaisons mobiles directes avec des terminaux portables à antenne isotropique fonctionnant à la fréquence de 3 [GHz]. L'antenne à bord d'un satellite est du type parabolique avec un diamètre de 3 [m]. Pour l'alignement des antennes, nous considérons le cas le plus défavorable où le défaut d'alignement d'émission α_E est égal à $\theta_{3dB}/2$. Les pertes dues à l'atmosphère sont estimées à 0,3 [dB]. Les pertes dans les circuits d'émission valent 1 [dB]. Les pertes dans les circuits de réception valent 0,15 [dB]. Ces terminaux nécessitent un niveau minimum de réception égal à -120 [dB] pour fonctionner correctement.
- Déterminez l'affaiblissement en espace libre.
 - Déterminez l'ouverture à 3 [dB], le gain maximum et l'aire effective de l'antenne d'émission si l'efficacité de celle-ci est égale à 0,6.
 - Déterminez la puissance d'émission minimum d'un satellite.
 - Définissez et déterminez le PIRE.
 - Le rapport signal à bruit minimum nécessaire au bon fonctionnement des circuits électroniques des terminaux est de 10 [dB]. Déterminez la bande passante maximum utilisable si la densité spectrale de bruit estimée dans la bande de fréquence considérée est de $N_0/2 = 4 \times 10^{-18}$ [W/Hz].
 - Considérant une largeur de bande de signal modulant de 20 [kHz], déterminez le débit binaire maximum si la modulation utilisée est une modulation d'amplitude numérique à deux états (porteuse modulée par un signal de type NRZ bipolaire).
 - Une modification de la fréquence porteuse (par exemple de plus ou moins 10%) aurait-elle un impact sur les gains, les pertes en espace libre et le bilan de puissance ?

Rappels :

$$\theta_{3[dB]} = 70 \frac{\lambda}{D} \quad [degré] \quad (20)$$

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} \quad (21)$$

$$L_{E,R} = 12 \left(\frac{\alpha_{E,R}}{\theta_{3[dB]}} \right)^2 \quad [dB] \quad (22)$$