Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \tag{1}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \tag{2}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B)) \tag{3}$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A-B) + \sin(A+B)) \tag{4}$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B)) \tag{5}$$

Transformées de FOURIER

$rect(\frac{t}{T})$	$T\,sinc(fT)$	(6)
$sinc(2Wt)$	$\frac{1}{2W}rect(\frac{f}{2W})$	(7)
$e^{-at}u(t),\ a>0$	$\frac{1}{a+2\pi jf}$	(8)
$e^{-a\|t\|},\ a>0$	$\frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2}$	(9)
$e^{-\pi t^2}$	$e^{-\pi f^2}$	(10)
$\delta(t)$	1	(11)
1	$\delta(f)$	(12)
$\delta(t-t_0)$	$e^{-2\pi jft_0}$	(13)
$e^{2\pi jf_ct}$	$\delta(f-f_c)$	(14)
$\cos(2\pi f_ct)$	$\frac{1}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)]$	(15)
$\sin(2\pi f_ct)$	$\frac{1}{2j}[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)]$	(16)
$sgn(t)$	$\frac{1}{\pi jf}$	(17)
$\frac{1}{\pi t}$	$-jsgn(f)$	(18)
$u(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{2\pi jf}$	(19)
$\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(t-iT_0)$	$\frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-\frac{n}{T_0})$	(20)

1. On désire étudier l'influence de la non-linéarité d'un canal sur la transmission d'un signal FM. Considérons le canal de transmission caractérisé par la relation d'entrée-sortie suivante

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t)$$

où $v_i(t)$ et $v_o(t)$ sont respectivement les signaux à l'entrée et à la sortie du canal et a_1, a_2 et a_3 sont des constantes. Le signal à l'entrée du canal est le signal FM défini par

$$v_i(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

où

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

La bande passante du signal modulant $m(t)$ est $[0, W]$. On notera Δf la déviation de fréquence du signal FM $v_i(t)$.

(a) Déterminez l'expression du signal à la sortie du canal de transmission.

(b) Identifiez chacun des termes apparaissant dans l'expression de $v_o(t)$. Pour chacun des termes, s'il s'agit d'un signal modulé, donnez-en ses caractéristiques : type de modulation, fréquence porteuse, amplitude de la porteuse modulée, taux de modulation dans le cas d'une modulation AM, sensibilité du modulateur dans le cas d'une modulation FM.

(c) Calculez la bande passante de tous les signaux modulés apparaissant dans $v_o(t)$.

(d) Quel traitement doit-on réaliser sur le signal $v_o(t)$ pour retrouver le signal modulé $v_i(t)$ à un facteur multiplicatif près.
Donnez les conditions sur f_c, Δf et W pour que ce traitement fournisse le résultat souhaité.

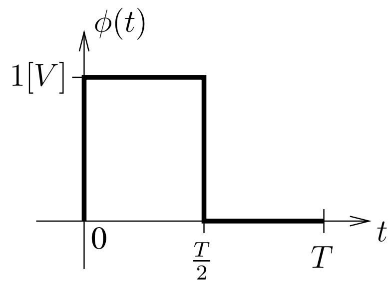
(e) Quelle est la plus petite valeur admissible pour f_c lorsqu'on utilise un signal FM stéréo dont les caractéristiques sont celles d'un signal FM stéréo tel qu'émis dans la bnde de radio-diffusion $88 - 108\,[MHz]$.

(f) La suppression du terme d'ordre 2 permettrait-il de réduire la fréquence porteuse ?

(g) Donnez l'expression du signal $\widehat{v}_o(t)$ obtenu après le traitement réalisé au point précédent. Que pouvez-vous en déduire sur le comportement de la modulation FM lors d'une transmission sur un canal présentant des non-linéarités comme celui considéré dans ce problème ?

2. On désire réaliser une transmission alphanumérique en bande de base entre une source d'information et un terminal. La source d'information utilise un alphabet de 5 symboles $\{A, B, C, D, E\}$ dont les probabilités d'émission respectives sont $p(A) = 3/10$, $p(B) = 3/10$, $p(C) = 2/10$, $p(D) = 1/10$ et $p(E) = 1/10$. Les symboles sont supposés non-corrélés. La source d'information émet les symboles à la cadence de R symboles par seconde.

   Pour la transmission, on utilise une impulsion de mise en forme $\phi(t)$ donnée par



   où $T = 1/R$ est la durée de transmission d'un symbole exprimée en seconde, et le codage fourni par le tableau suivant

Symbole	Signal correspondant
A	$+\phi(t)$
B	$-\phi(t)$
C	$+2\phi(t)$
D	$-3\phi(t)$
E	$+3\phi(t)$

   (a) Dessinez le signal transmis pour la séquence suivante : $BABEADCA$.

   (b) Exprimez, en fonction de R, la bande de base du signal transmis.

   (c) Déterminez la densité spectrale de puissance du signal transmis.

   (d) Dessinez la réponse impulsionnelle du filtre adapté à cette transmission.

   (e) Sachant que le signal doit traverser un transformateur avant d'atteindre le terminal, pensez-vous que le choix de ce codage soit judicieux ? Justifiez votre réponse.

   Rappel : si

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k \, \phi(t - kT)$$

   alors

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta(f - \frac{m}{T}) \right]$$

3. On désire numériser sur 3 bits et transmettre en bande de base le signal suivant

$$g(t) = \text{sinc}(2Wt)\cos(\pi Wt)$$

où W est exprimé en $[Hz]$.

(a) En ce qui concerne l'échantillonnage :

i. Calculez la transformée de FOURIER de $g(t)$.

ii. Dessinez le spectre de la transformée de FOURIER $G_s(f)$ du signal échantillonné pour une fréquence d'échantillonnage $f_s = 2W$ (veuillez graduer correctement l'axe des fréquences !). Le théorème de SHANNON est-il vérifié pour cette fréquence d'échantillonnage ? Justifiez votre réponse. À partir du graphe de $G_s(f)$, déduisez-en son expression analytique.

iii. Calculez la fréquence d'échantillonnage minimale de $g(t)$.

(b) Au niveau de la quantification et du codage :

i. Dessinez une courbe de quantification uniforme adaptée à la dynamique $[-0,2\,;\,1]$ en veillant à graduer correctement les axes et en attribuant un code binaire à chaque niveau de quantification. Calculez alors l'erreur de quantification maximale pour un symbole quelconque.

ii. Si on choisit une fréquence d'échantillonnage $f_s = 4W$, calculez le débit binaire R_b exprimé en fonction de W.

iii. En utilisant la courbe de quantification que vous avez construite au point (b).ib et la fréquence d'échantillonnage donnée au point (b).ii, donnez l'onde PCM résultant de la numérisation de $g(t)$ pour les 6 premiers échantillons sachant que l'on commence la numérisation en $t = 0$.

(c) L'onde PCM générée est mise en forme en utilisant un codage MANCHESTER. Dessinez la sortie du filtre adapté implémenté par <u>*corrélation*</u> pour la séquence binaire reçue suivante 101101.

<u>Remarque</u> : Les points (a), (b) et (c) peuvent être résolus de manière indépendante.

4. Une antenne montée à bord d'un satellite géostationnaire (distance satellite-Terre = $40.000\,[km]$) est alimentée par un signal de fréquence $12\,[GHz]$ et de puissance égale à $50\,[W]$. Dans la direction principale d'émission ($\alpha_E = 0$), cette antenne présente un gain de $35\,[dB]$. De plus, elle est caractérisée par $\theta_{3dB} = 2,5°$. L'antenne terrestre de réception présente une efficacité de 62% et est telle que $\theta_{3dB} = 0,35°$. L'atténuation due à l'atmosphère est égale à $0,4\,[dB]$. Dans un premier temps, les antennes sont supposées en parfait alignement.
   (a) Définissez le P.I.R.E.
   (b) Calculez le P.I.R.E., l'atténuation en espace libre et la puissance reçue. Exprimez cette dernière en $[nW]$, $[dBW]$ et $[dBm]$.
   (c) Après une intervention de maintenance réalisée au niveau du satellite, la puissance reçue mesurée ne vaut plus que $0,056\,[nW]$. Il s'agirait d'une perturbation de l'alignement de l'antenne d'émission. Calculez l'angle correspondant à ce défaut d'alignement.

   Pour rappel :

$$\theta_{3dB}[°] = 70\frac{\lambda}{D}$$

$$G(\alpha)\,[dB] = G_{\text{max}}[dB] - 12\left(\frac{\alpha}{\theta_{3dB}}\right)^2$$